Suites réelles

Exercices | 3 ^{ème} Sciences

Le grand architecte semble être **mathématicien**.

Soit α un nombre réel de l'intervalle $]0;1[$

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{\alpha(2-\alpha u_n)} \end{cases}$

1) a) Montrer que pour tout entier naturel n, on a: $u_n \leq \dfrac{1}{\alpha}$

b) Montrer que (u_n) est une suite croissante.

2) Soit la suite (v_n) définie sur IN par : $v_n = \dfrac{\alpha}{\alpha u_n - 1}$

a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique.

b) Exprimer v_n en fonction de n et α .En déduire u_n en fonction de n et α.

c) Calculer la limite de la suite (u_n) en fonction de α.

Les **mathématiques** consistent à prouver des choses évidentes par des moyens complexes.

Soit la suite (u_n)définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 9 \\ u_{n+1} = \dfrac{8u_n - 6}{u_n + 1} \end{cases}$

1)a)Montrer que pour tout entier naturel n on a $u_n \geq 6$

b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante

2)a)Montrer que pour tout entier naturel $u_{n+1} - 6 \leq \dfrac{2}{7}(u_n - 6)$

b) Montrer par récurrence que $|u_n - 6| \leq 3\left(\dfrac{2}{7}\right)^n$

c)Trouver alors la limite de la suite (u_n)

Les **mathématiques**, science de l'éternel et de l'immuable, sont la science de l'irréel.

Soit la suite (u_n)définie sur ℕ par $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = \dfrac{6u_n - 1}{4u_n + 1} \end{cases}$

1)a)Montrer que pour tout entier naturel n on a $\frac{1}{4} < u_n < 1$

b) Montrer que la suite (u_n) est croissante

2) Soit la suite (v_n) définie sur IN par : $v_n = \dfrac{4u_n - 1}{4u_n - 4}$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique.

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

c) Calculer la limite de la suite (u_n)

Les **mathématiques** sont la <u>science</u> de la production de conclusions nécessaires.

I)Soit la fonction f définie sur $[1; 2]$ par $f(x) = \dfrac{x^2 + 2}{x + 1}$

1) Montrer que f est croissante sur $[1; 2]$

II)Soit la suite (u_n)définie sur ℕ par $\begin{cases} u_0 = \dfrac{3}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

1)a)Montrer que pour tout entier naturel n on a , $1 \leq u_n \leq 2$.

b) Montrer que la suite (u_n) est croissante

2)a)Verifier que pour tout entier naturel n on a , $\dfrac{u_n}{u_n + 1} = 1 - \dfrac{1}{u_n + 1}$.

b) En déduire que pour tout entier naturel n on a , $\left|\dfrac{u_n}{u_n + 1}\right| < \dfrac{2}{3}$

c)Montrer que pour tout entier naturel , $|u_{n+1} - 2| \leq \frac{2}{3}|u_n - 2|$

d) Montrer que pour tout entier naturel n , $|u_n - 2| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$

e)Trouver alors la limite de la suite (u_n)